

Laborator 7. Reprezentări grafice în plan în Matlab 7.9

Bibliografie

1. M. Ghinea, V. Fireșteanu, *Matlab: Calcul numeric- Grafică-Aplicații*, ed. Teora, București, 1998.
2. I. Iatan, *Îndrumător de laborator în Matlab 7.0*, Ed. Conspress, București, 2009.
3. **I. Iatan**, *Rezolvarea unor probleme de matematică aplicată în inginerie cu Matlab*, în curs de publicare.
4. I. Toma, I. Iatan, *Analiză numerică. Curs, aplicații, algoritmi în pseudocod și programe de calcul*, Ed. Matrix Rom, București, 2005.
5. R. Trandafir, I. Iatan, *Modelare- Simulare. Noțiuni teoretice și Aplicații*, Ed. Conspress, București, 2013.
6. D. Xue, Y. Chen, *Solving Applied Mathematical Problems with Matlab*, Taylor & Francis Group, 2009.

Matlab 7.0 dispune de funcții speciale care permit realizarea reprezentărilor grafice 2D.

plot(x,y)	reprezintă grafic datele experimentale conținute în vectorii x și y, adică se reprezintă grafic elementele vectorului y în raport cu cele ale vectorului x;
plot(f)	Reprezintă grafic funcția f
plot(f,linie,marker,culoare)	Reprezintă grafic funcția f utilizând un anumit stil de linie, un anumit simbol de marker și o anumită culoare
plot(f,g)	Reprezintă grafic simultan două funcții f și g în același sistem de coordonate
plot(f,g,linie,marker,culoare)	Reprezintă grafic simultan două funcții f și g în același sistem de coordonate, utilizând un anumit stil de linie, un anumit simbol de marker și o anumită culoare
fplot('fun',limite)	trasează graficul funcției 'fun', între limitele precizate;
ezplot(f,[a,b])	Trasează graficul funcției f , pe intervalul $[a,b]$;

ezplot(f,g,[a,b])	Trasează graficele funcțiilor f și g , pe intervalul $[a,b]$, în același sistem de coordonate;
polar(θ, ρ)	Reprezintă grafic în coordonate polare curba $\rho = f(\theta)$;
ezpolar(f)	Reprezintă grafic în coordonate polare curba $\rho = f(\theta)$ în domeniul $0 < \theta < 2\pi$ (nu apare la versiunile de Matlab precedente versiunii 7.0);
ezpolar(f,[a,b])	reprezintă grafic în coordonate polare curba $\rho = f(\theta)$ în domeniul $a < \theta < b$;
polyfit(x,y,n)	Aproximează un set de date (x, y) cu un polinom de grad n

Observație. Vom lista codurile corespunzătoare fiecărui stil de linie, fiecărui simbol de marker și fiecărei culori folosite într-o reprezentare grafică 2D:

Specificatori ai stilurilor de linie

<i>Specificator</i>	<i>Stilul de linie</i>
-	Linie continuă
--	Linie întreruptă
:	Puncte
-. .	Linie- punct

Simboluri de markere

<i>Specificator</i>	<i>Tipul de marker</i>
+	Semnul plus
o	Cerc
*	Steluță
.	Punct
x	x
'square' sau s	Pătrat
'diamond' sau d	Romb
'pentagram' sau p	Pentagon
'hexagram' sau h	Hexagon
^	Triunghi cu vârful în sus
v	Triunghi cu vârful în jos

- < Triunghi cu vârful spre stânga
> Triunghi cu vârful spre dreapta

Specificatori de culori

<u>Specificator</u>	<u>Culoarea</u>
r	Roșu
g	Verde
b	Albastru
c	Albastru deschis
m	Mov
y	Galben
k	Negru
w	Alb

REPREZENTAREA CARTEZIANĂ

- 1) Reprezentarea în Matlab 7.9 a punctului $P(0.5, 6)$ se poate realiza folosind comanda:

```
>> plot(0.5,6,'*')
```

- 2) Reprezentați grafic următoarele funcții în plan:

a) $f(x) = \arcsin \frac{2x}{1+x^2}, x \in [-5, 5]$

Pasul 1. Se fixează intervalul pe care va fi reprezentată funcția și un anumit pas.

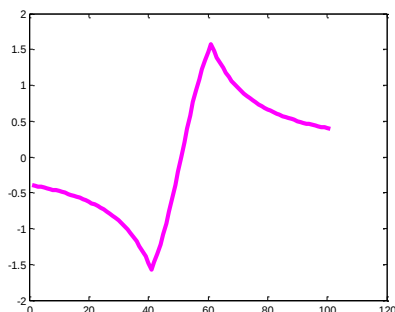
```
>>x=-5:0.1:5;
```

Pasul 2. Definim funcția ce urmează să fie reprezentată.

```
>> f=@(x) asin(2*x./(1+x.^2));
```

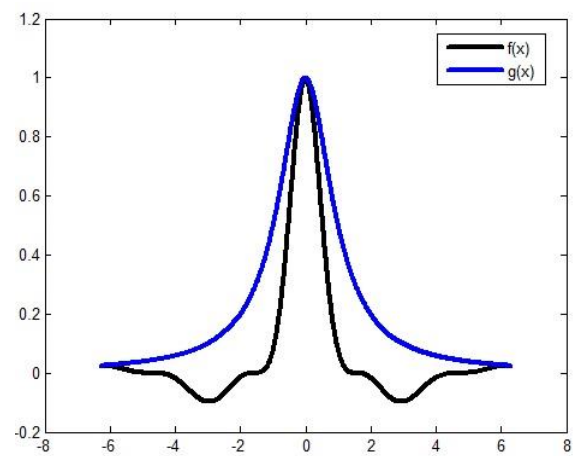
Pasul 3. Realizăm reprezentarea grafică.

```
>> plot(f(x),'m','LineWidth',4)
```



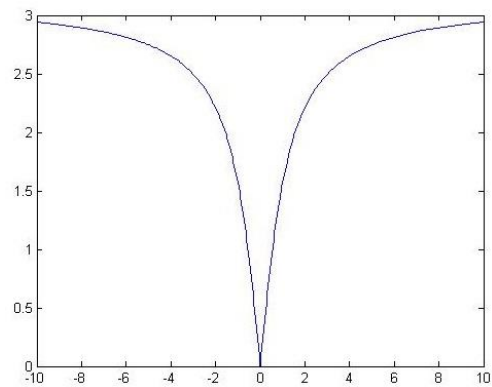
b)
$$\begin{cases} f(x) = \frac{\cos^3 x}{1+x^2}, & x \in [-2\pi, 2\pi] \\ g(x) = \frac{1}{1+x^2} \end{cases}$$

```
>> x=-2*pi:0.01:2*pi;
>> f=@(x) cos(x).^3./(1+x.^2);
>> g=@(x) 1./(1+x.^2);
>> plot(x,f(x),'k',x,g(x),'b','LineWidth',3)
```



c)
$$f(x) = \arccos \frac{1-x^2}{1+x^2}, \quad x \in [-10, 10].$$

```
>> syms x
>> f=@(x) acos((1-x^2)/(1+x^2));
>> fplot(f, [-10,10])
```



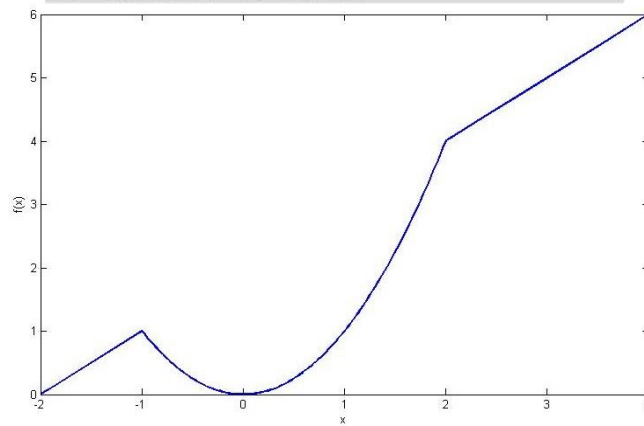
d)
$$f(x) = \min(x^2, x+2)$$

```
>> syms x
>> f=inline('min(x^2,x+2)','x');
>> solve('x^2=x+2')

ans =

-1
 2

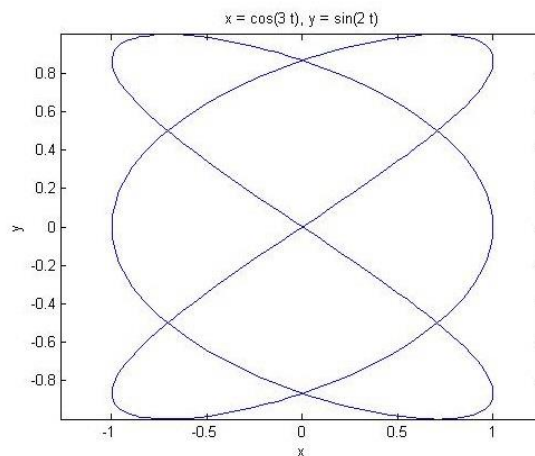
>> fplot(f,[-2,4])
```



e) curba lui Lissajous:

$$\begin{cases} x(t) = \cos 3t \\ y(t) = \sin 2t \end{cases}, t \in [0, 2\pi]$$

```
>> ezplot('cos(3*t)','sin(2*t)',[0,2*pi])
```



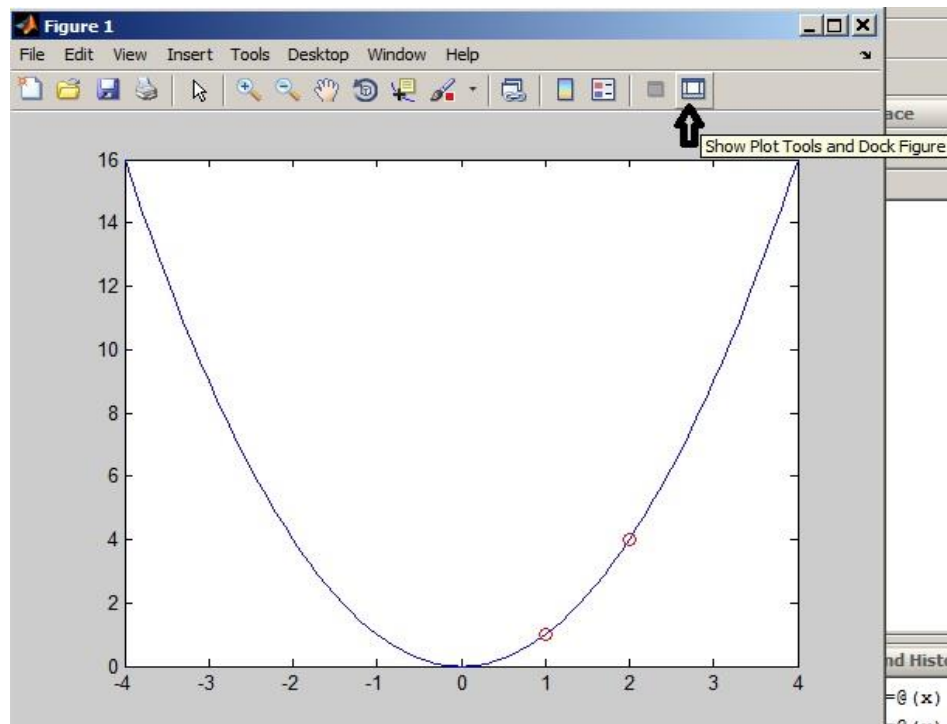
Obiectul grafic creat poate fi personalizat accesând butonul *Show Plot Tools and Dock Figure* din fereastra *Figure*, ce conține graficul respectiv. După realizarea

setărilor dorite se accesează butonul *Hide Plot Tools* în vederea salvării acestora și revenirii la fereastra *Figure*;

- 3) Reprezentați arcul de parabolă $AB: y = x^2$, care unește punctele $A(1,1)$ și $B(2,4)$.

Secvența Matlab următoare permite reprezentarea arcului AB .

```
>> x=-4:.1:4;  
>> y=x.^2;  
>> plot(x,y,1,1,'or',2,4,'or')
```

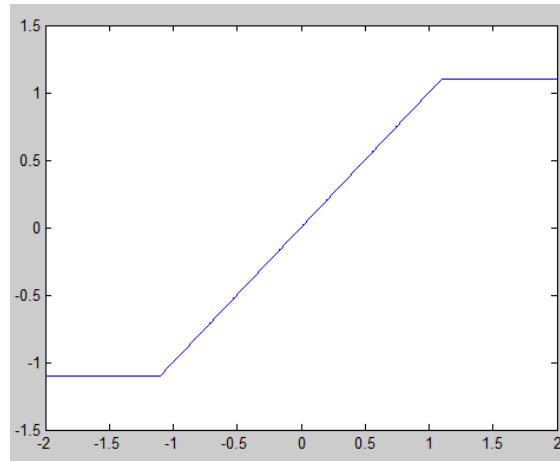


Fereastra *Figure*, ce conține graficul respectiv

- 4) Reprezentați grafic funcția:

$$f(x) = \begin{cases} 1.1 \cdot \text{sign}(x), & |x| > 1.1 \\ x, & |x| \leq 1.1 \end{cases}$$

```
>> x=[-2:0.002:2];  
>> y=1.1*sign(x).*(abs(x)>1.1)+x.*(abs(x)<=1.1);  
>> plot(x,y)
```



Comanda **funtool** din Matlab 7.9 afișează o interfață grafică interactivă, asemănătoare unui calculator destinat operațiilor cu funcții de o singură variabilă, ce conține trei ferestre. Figura următoare ilustrează cea de-a treia fereastră, care prin intermediul controalelor sale text permite:

- introducerea funcțiilor **f** și **g**;
- specificarea intervalului de valori corespunzătoare variabilei **x**;
- setarea valorii parametrului **a**;

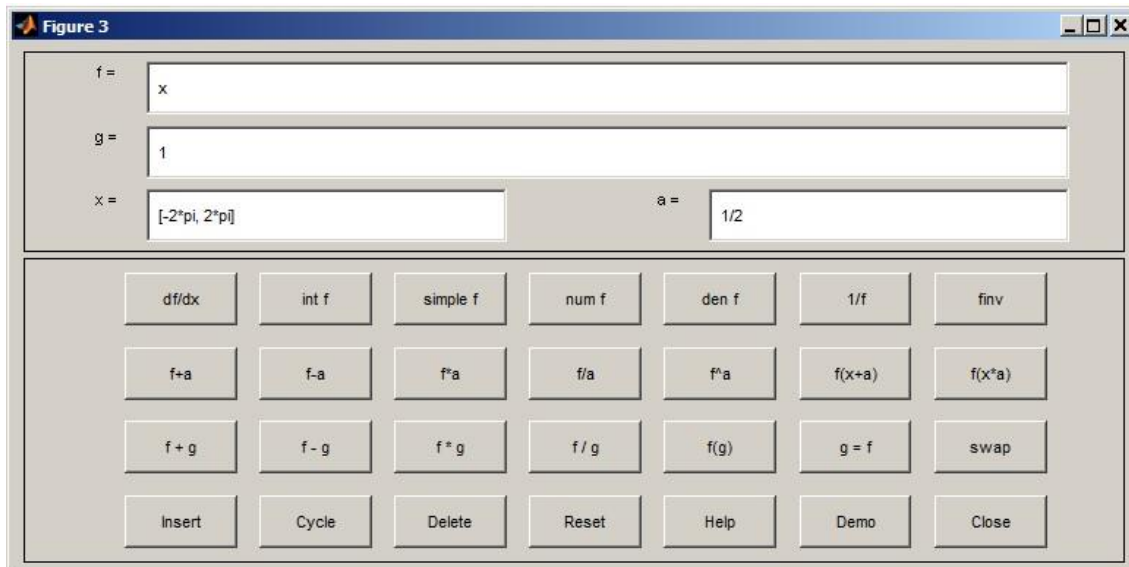


Figura 1. Interfața grafică furnizată de comanda *funtool*

Interfața vizuală prezintă și o tastatură, cu ajutorul căreia pot fi realizate următoarele operații cu funcții:

Buton de comandă	Semnificație
------------------	--------------

$d f/d x:$	calculează $f'(x)$;
int f	calculează $\int f(x)dx$;
simple f	simplifică simbolic expresia funcției f ;
num f	extrage numărătorul fracției, ce constituie expresia funcției f ;
den f	extrage numitorul fracției, ce constituie expresia funcției f ;
$1/f$	înlocuiește funcția f cu $1/f$;
inv f	înlocuiește funcția f cu f^{-1} , adică cu inversa sa;
$f + a$	înlocuiește funcția $f(x)$ cu $f(x) + a$;
$f - a$	înlocuiește funcția $f(x)$ cu $f(x) - a$;
$f * a$	înlocuiește funcția $f(x)$ cu $f(x) * a$;
f / a	înlocuiește funcția $f(x)$ cu $f(x) / a$;
$f ^ a$	înlocuiește funcția $f(x)$ cu $f(x) ^ a$;
$f(x + a)$	înlocuiește funcția $f(x)$ cu $f(x + a)$;
$f(x * a)$	înlocuiește funcția $f(x)$ cu $f(x * a)$;
$f + g$	înlocuiește funcția $f(x)$ cu $f(x) + g(x)$;
$f - g$	înlocuiește funcția $f(x)$ cu $f(x) - g(x)$;
$f * g$	înlocuiește funcția $f(x)$ cu $f(x) * g(x)$;
f / g	înlocuiește funcția $f(x)$ cu $f(x) / g(x)$;
$f(g)$	înlocuiește funcția $f(x)$ cu $f(g(x))$;
$g = f$	înlocuiește funcția $g(x)$ cu $f(x)$;
swap	interschimbă funcțiile $f(x)$ și $g(x)$;
Insert	inserează funcția curentă f împreună cu domeniul său de definiție într-o listă de funcții;
Cycle	rotește afișarea funcțiilor f din lista de funcții;
Delete	șterge funcția curentă f împreună cu domeniul său de definiție într-o listă de funcții;

Reset	resetează f,g,x, a și lista de funcții, la valorile inițiale;
Help	deschide <i>Help</i> -ul interfeței grafice;
Demo	prezintă exemple demonstrative de utilizare a operațiilor din <i>Fereastra 3</i> a interfeței grafice;
Close	închide cele trei ferestre ale interfeței grafice;

Fereastra 1 și respectiv *Fereastra 2* generate prin lansarea comenzii *funtool* afișează atât graficele funcțiilor f și respectiv g , cât și graficele funcțiilor rezultate pe baza operațiilor efectuate asupra funcțiilor f și g .

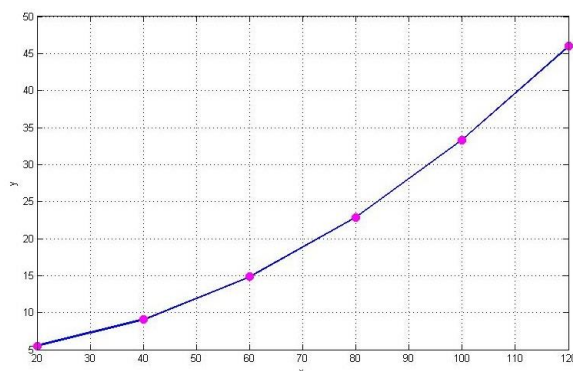
AJUSTAREA MATEMATICĂ A DATELOR EXPERIMENTALE

5) Realizând câteva teste asupra unor trenuri obținem următorul tabel (în unități relative), care exprimă rezistența la tracțiune în funcție de viteză:

viteza v_i	20	40	60	80	100	120
rezistența R_i	5.5	9.1	14.9	22.8	33.3	46

Determinați expresia analitică (empirică) a parabolei, ce caracterizează acest experiment, care să ne permită să estimăm cele mai bune rezistențe, corespunzătoare vitezelor care nu apar în tabelul anterior, dar sunt cuprinse între 20 și 120 unități relative.

```
>> x=20:20:120;
>> y=[5.5 9.1 14.9 22.8 33.3 46];
>> coef=polyfit(x,y,2);
>> A=coef(1);B=coef(2);C=coef(3);
>> y1=A*x.^2+B*x+C;
>> plot(x,y1,x,y,'o')
>> grid on
```



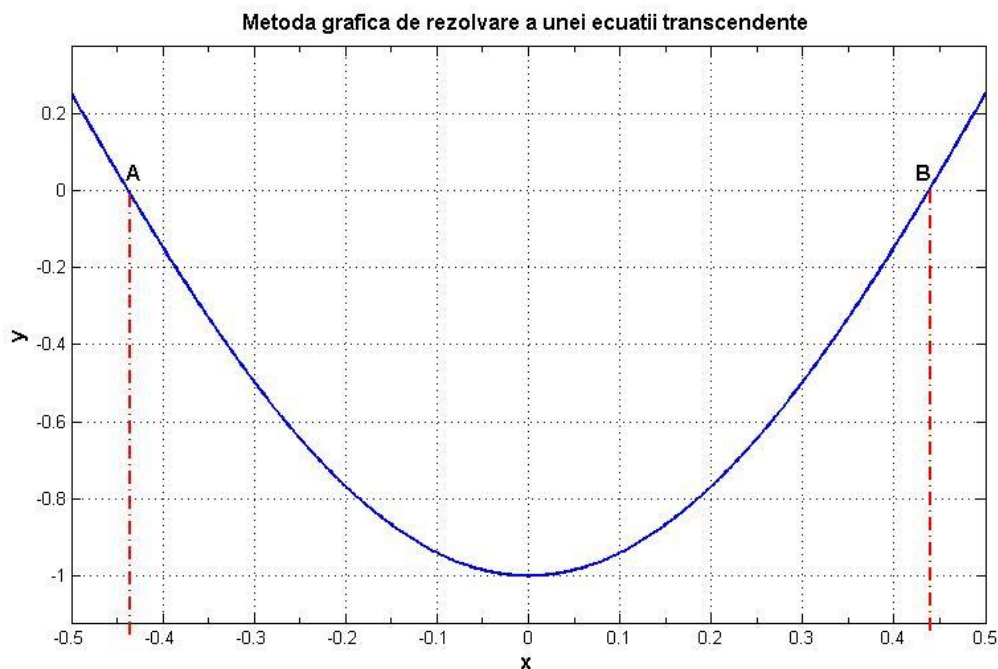
Reprezentarea grafică a parabolei, ce caracterizează experimentul considerat

REZOLVAREA ECUAȚIILOR TRANSCENDENTE FOLOSIND METODA GRAFICĂ

Reprezentarea grafică poate fi utilizată ca metodă de rezolvare a ecuațiilor transcendente de forma $f(x)=0$, în sensul că soluțiile reale ale ecuației respective pot fi determinate ca fiind intersecții ale graficului funcției $f(x)$, cu dreapta $y=0$.

6) Rezolvați ecuația transcendentă $x^2 - \cos \pi x = 0$ folosind metoda grafică.

```
>> ezplot('x^2-cos(pi*x)', [-0.5, 0.5])  
>> grid on
```



Metoda grafică de rezolvare a unei ecuații transcendente

Abscisele punctelor **A** și **B**, adică -0.44 și 0.44 evidențiază soluțiile reale ale ecuației transcendente.

REZOLVAREA SISTEMELOR DE ECUAȚII NELINIARE FOLOSIND METODA GRAFICĂ

Metoda grafică poate fi aplicată și pentru rezolvarea sistemelor de ecuații neliniare de forma

$$\begin{cases} f(x)=0 \\ g(x)=0 \end{cases}$$

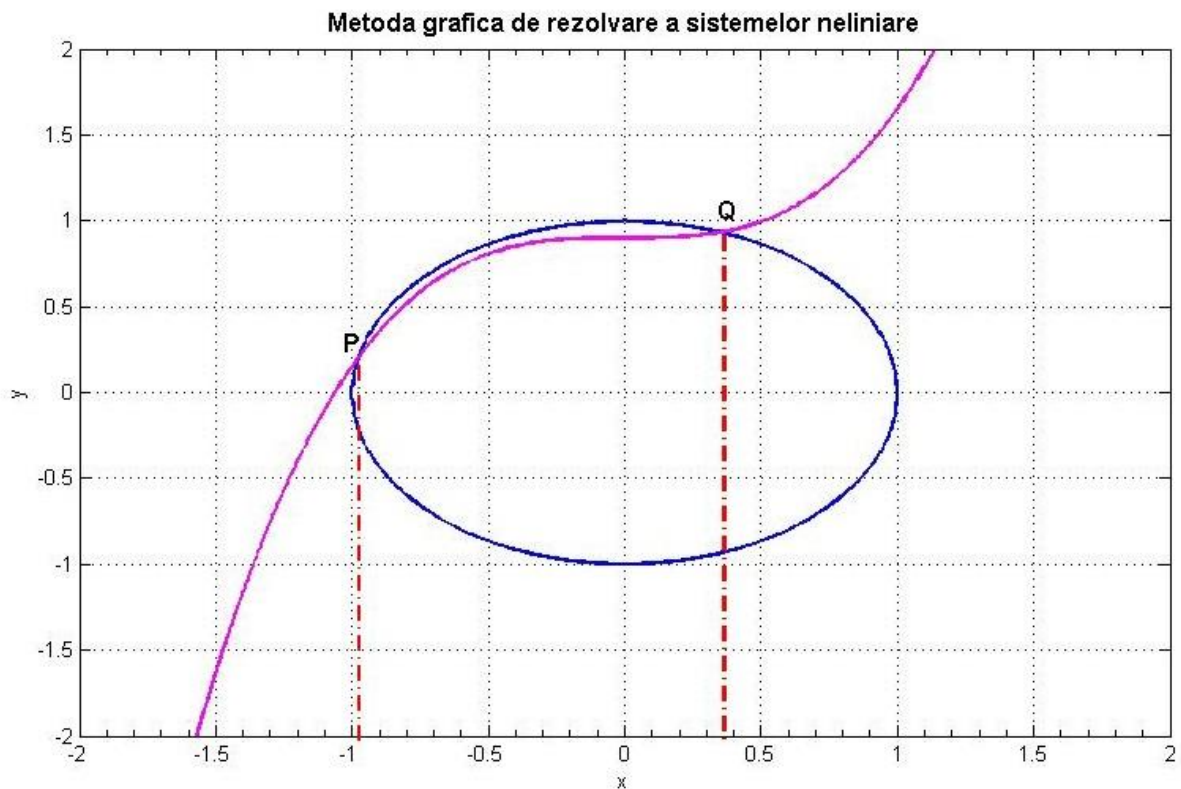
în sensul că soluțiile reale ale sistemului respectiv pot fi determinate intersectând graficele funcțiilor $f(x)$ și $g(x)$.

7) Rezolvați sistemul neliniar:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 1 = 0 \\ 0.75x^3 - y + 0.9 = 0 \end{cases}$$

folosind metoda grafică.

```
>> ezplot('x^2+y^2-1', [-2,2])  
>> hold on  
>> ezplot('0.75*x^3-y+0.9', [-2,2])  
>> grid on
```



Metoda grafică de rezolvare a unei sistem neliniar

Analizând graficul anterior se observă că intersecția reală a cele două curbe este reprezentată de punctele **P(-0.98, 0.2)** și **Q(0.36, 0.93)**. Coordonatele acestor puncte constituie două soluții reale ale sistemului neliniar considerat.

Pe lângă soluțiile reale există însă și soluții complexe, deoarece substituind necunoscuta y din a doua ecuație în prima ecuație a sistemului se obține o ecuație algebrică (polinomială), de gradul 6, în necunoscuta x , care are șase rădăcini.

Deci, sistemul neliniar are două soluții reale și patru complexe (orice polinom cu

coeficienți reali are un număr par de rădăcini complexe).

Utilizarea metodei grafice de rezolvare a sistemelor neliniare are dezavantajul că poate determina numai soluțiile reale ale sistemului, fără a oferi nici o informație despre rădăcinile complexe, adică nu este adecvată pentru rezolvarea ecuațiilor polinomiale.

REPREZENTAREA GRAFICĂ A SOLUȚIILOR UNEI ECUAȚII DIFERENȚIALE

8) Reprezentați grafic în Matlab 7.0 soluțiile ecuației diferențiale Lagrange:

$$x - y = \frac{4}{9}y'^2 - \frac{8}{27}y'^3.$$

```
>> y=dsolve('x-y=(4/9)*Dy^2-(8/27)*Dy^3','x')
```

```
y =
```

```
    -4/27+x
```

```
    C1+(x-C1)^(3/2)
```

```
    C1-(x-C1)^(3/2)
```

```
>> t=-12:0.1:12;
```

```
>> C1=12 ;
```

```
>> x=(t.^2).^(1/3)+C1;
```

```
>> y=t+C1;
```

```
>> C2=11;
```

```
>> x1=(t.^2).^(1/3)+C2 ;
```

```
>> y1=t+C2;
```

```
>> C3=8;
```

```
>> x2=(t.^2).^(1/3)+C3 ;
```

```
>> y2=t+C3;
```

```
>> C4=2 ;
```

```
>> x4=(t.^2).^(1/3)+C4 ;
```

```
>> y4=t+C4;
```

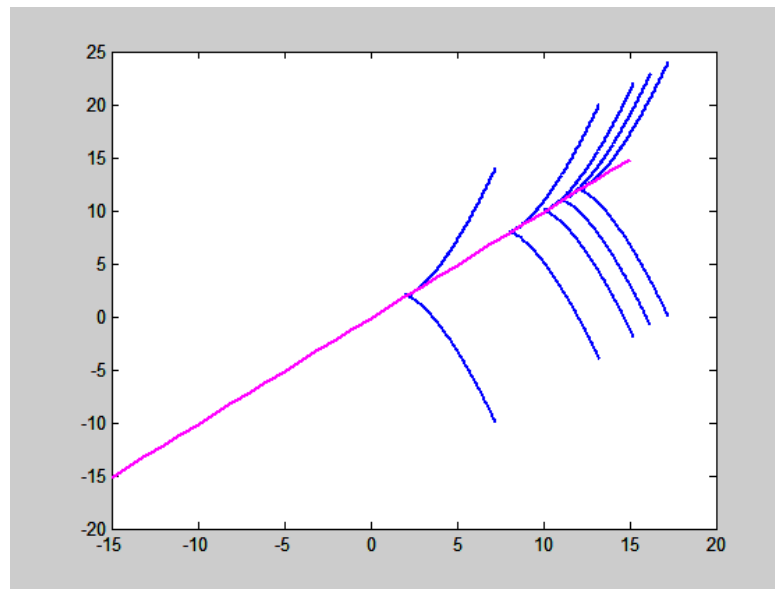
```
>> C5=10;
```

```
>> x5=(t.^2).^(1/3)+C5 ;
```

```
>> y5=t+C5 ;
```

```
>> x3=-15:15;
```

```
>> y3=-4/27+x3;
>> plot(x,y,'b',x1,y1,'b',x2,y2,'b',x4,y4,'b',x5,y5,'b',x3,y3,'m','LineWidth',2)
```



9) Reprezentati grafic solutiile ecuatiei diferentiale Clairaut:

$$y = xy' - 4y'^2.$$

Vom determina solutiile ecuatiei diferentiale in Matlab 7.9:

```
>> y=dsolve('y=x*Dy-4*Dy^2','x')
```

```
y =
```

```
    x^2/16
```

```
    C*x - 4*C^2
```

```
>> t=-2:0.1:2;
```

```
>> x=t;
```

```
>> y=t.^2/16;
```

```
>> C=0.01;
```

```
>> y1=C*x-4*C^2
```

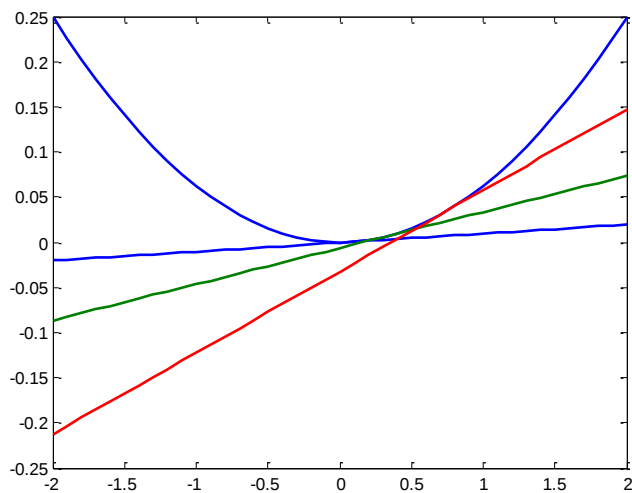
```
>> C1=0.04;
```

```
>> y2=C1*x-4*C1^2 ;
```

```
>> C2=0.09;
```

```
>> y3=C2*x-4*C2^2;
```

```
>> plot(x,y,'b',x,y1,x,y2,x,y3,'LineWidth',2)
```

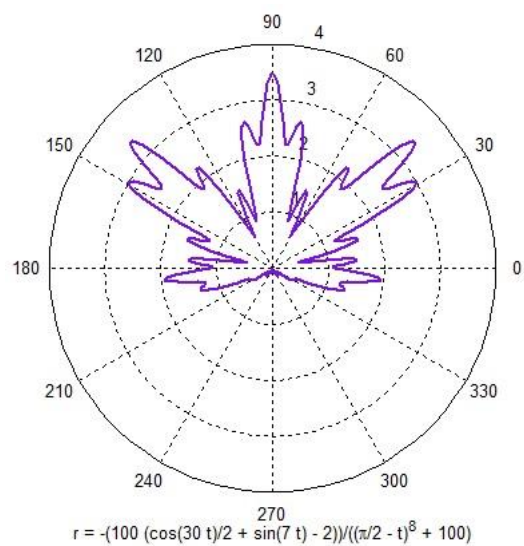


REPREZENTAREA POLARA

10) Să se reprezinte grafic în coordonate polare curba:

$$\rho(\theta) = \frac{100 \left(2 - \sin 7\theta - \cos \frac{30\theta}{2} \right)}{100 + \left(\theta - \frac{\pi}{2} \right)^8}, \quad \theta \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2} \right].$$

```
>> syms t;
>> g = 100/(100 + (t - pi/2).^8);
>> ezpolar(g.*(2 - sin(7*t) - cos(30*t)/2), [-pi/2, 3*pi/2])
```



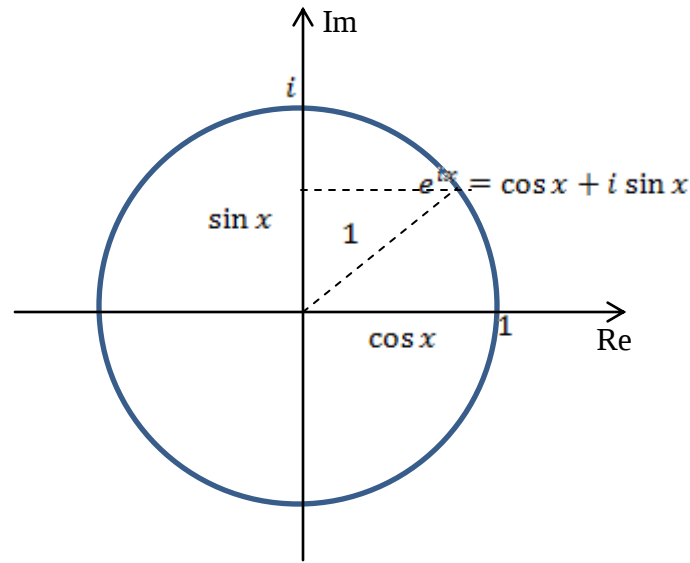
Grafic în coordonate polare cu ezpolar

Vom ilustra metoda potrivit căreia se realizează rotațiile 2D, în jurul originii cu formula Euler.

Un număr complex poate fi folosit pentru a preciza poziția unui obiect plan sau alte entități 2D precum viteza, accelerația, deplasarea, etc.

Fiecare punct al cercului unitar este de forma indicată de formula Euler:

$$z = \cos \theta + i \sin \theta = e^{i\theta}. \quad (1)$$



Reprezentarea unui punct în plan folosind formula Euler

Expresia polară a funcției exponențiale complexă este $e^{i\theta}$ convenabilă pentru a reprezenta rotirea obiectelor din următoarele două motive:

- 1) identifică un punct în planul complex folosind un singur termen, în loc de doi termeni $x + iy$;
- 2) simplifică calculele atunci când este utilizată în înmulțiri de forma:

$$e^x \cdot e^{iy} = e^{x+iy}.$$

Din Fig. 2 se observă că înmulțirea a două numere complexe implică o rotație 2D, în jurul originii, adică înmulțind $e^{i\theta}$ cu $e^{i\varphi}$ se realizează rotația lui $e^{i\theta}$ cu unghiul φ .

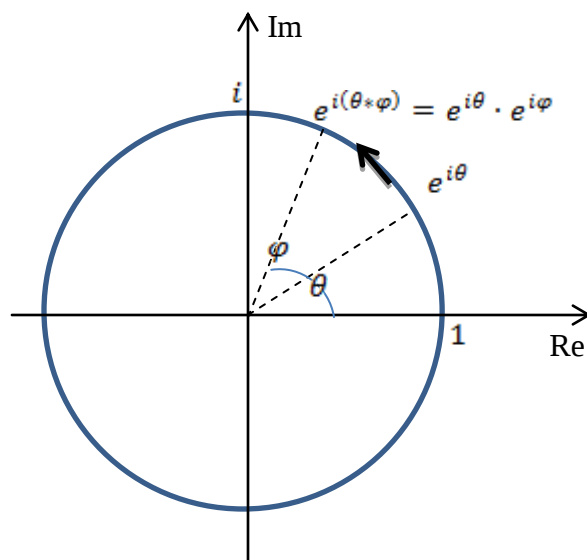


Figura 2. Rotație 2D, în jurul originii folosind înmulțirea numerelor complexe

Când numărul complex $z = x + iy$ este înmulțit cu $e^{i\varphi}$, lungimea lui

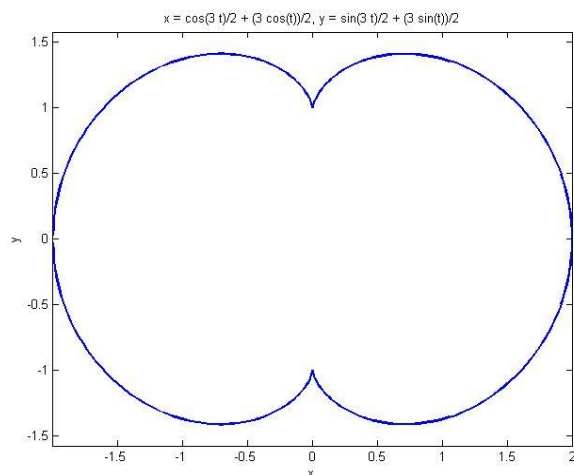
$$z' = z \cdot e^{i\varphi}$$

rămâne aceeași ($|z'| = |z|$), dar argumentul lui z' rezultă adăugând φ la arg lui z .

- 11) a) Să se reprezinta grafic nefroida (o curbă plană care aproximativ forma rinichiului), având ecuațiile parametrice:

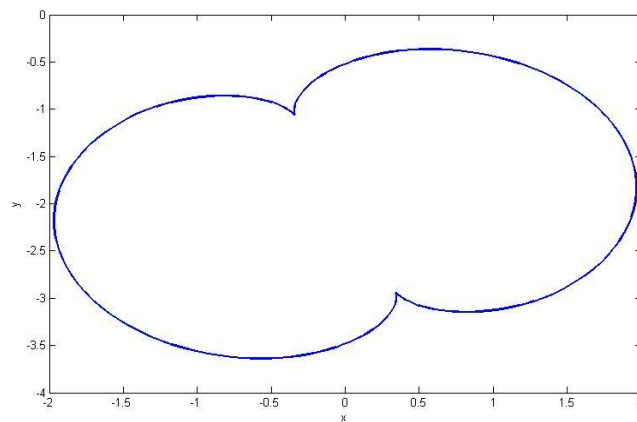
$$\begin{cases} x(t) = a(3\cos t + \cos 3t) \\ y(t) = a(3\sin t + \sin 3t); \end{cases}$$

```
>> a=0.5;
>> syms t
>> ezplot(a*(3*cos(t)+cos(3*t)),a*(3*sin(t)+sin(3*t)))
```



- b) să se genereze nefoida care rezultă prin rotația nefroidei inițiale în jurul originii, cu unghiul $\pi/9$ și translația acesteia cu vectorul $0 - 2i$.

```
>> t=0:0.01*pi:2*pi;
>> x=a*(3*cos(t)+cos(3*t));
>> y=a*(3*sin(t)+sin(3*t));
>> z1=(x+i*y)*(cos(pi/9)+i*sin(pi/9))-2*i;
>> x1=real(z1);y1=imag(z1);
>> plot(x1,y1)
```



Nefroidă rotită și translatată

Tema

1. Reprezentați grafic în plan următoarele funcții:

a) $f(x) = x^2 + 3x + 2, x \in [-5, 5]$

b) $f(x) = \left(\frac{x+5}{\ln(x+5)} \right)^{\frac{1}{2}}, x \in [-3, 5]$

c) $f(x) = \arcsin \frac{2x}{1+x^2}, x \in [-5, 5]$

d) $f(x) = e^{-\sin x} \cdot |\sin x|, x \in [0, 2\pi]$

e) $f(x) = \sin \operatorname{tg} x - \operatorname{tg} \sin x, x \in [-\pi, \pi]$

f) $f(x) = |x+1| \cdot e^{-|x-1|}, x \in [-10, 10]$

g) $\begin{cases} f(x) = \arcsin x \\ g(x) = \arccos x \end{cases}, x \in [-1, 1]$

h) $f(x) = \begin{cases} x \cos \frac{1}{x}, x \neq 0 \\ 0, x = 0 \end{cases}, x \in [-0.5, 0.5], h = 0.01$

2. Să se ajusteze printr-o parabolă, de ecuație $y = ax^2 + bx + c$ datele tabelului următoare:

x_i	-1	0	1	2
y_i	3	0	2	5

3. Reprezentați grafic soluțiile ecuației diferențiale Clairaut:

$$x = \frac{1}{y'} y + y'^2.$$

4. Rezolvați ecuația transcendentă:

$$e^{-3t} \sin(4t + 2) + e^{-0.5t} \cos 2t = 0.5$$

folosind metoda grafică.

5. Rezolvați sistemul neliniar:

$$\begin{cases} x^2 e^{-xy^2/2} + e^{-x/2} \sin xy = 0 \\ x^2 \cos(x + y^2) + y^2 e^{x+y} = 0 \end{cases}$$

folosind metoda grafică.

6. Reprezentați grafic în coordonate polare următoarele funcții:

- a) *trifoiul cu patru foi*:

$$f(t) = a \sin 2t, t \in [0, 2\pi];$$

- b) *Scarabaeus*:

$$f(t) = b \cos 2t - a \cos t, t \in [0, 2\pi].$$

- c) *Cardioida*:

$$f(\phi) = a(1 - \cos \phi), \phi \in [0, 2\pi].$$